

## Opgave 1. (15%)

- 1.a. Figur 1 afbilder Fourier transformationen  $|X(e^{j\omega})|$  af et diskret tidssignal  $x[n]$  som er samlet ved 200 samples per sekund.  $x[n]$  bruges som input til et LTI filter med en frekvens amplitude respons  $|H(e^{j\omega})|$  som vist på figur 2. Figur 3 viser Fourier transformationen af 4 forskellige signaler.

Hvilket af de 4 signaler ( $y_1[n]$ ,  $y_2[n]$ ,  $y_3[n]$  eller  $y_4[n]$ ) som ses på figur 3 kan være et output fra filteret i figur 2, hvor  $x[n]$  fra figur 1 var inputtet?

*Begrund dit svar, ubegrundede svar tæller ikke.*

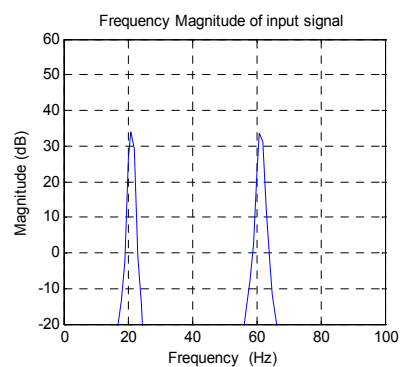


Fig. 1 Spektrum af input signalet (OBS bemærk Y akser er i dB)

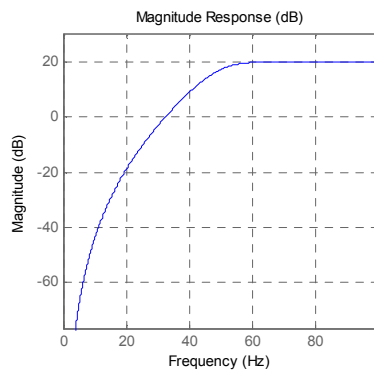


Fig. 2 Filters frekvens amplitude respons (OBS bemærk Y akser er i dB)

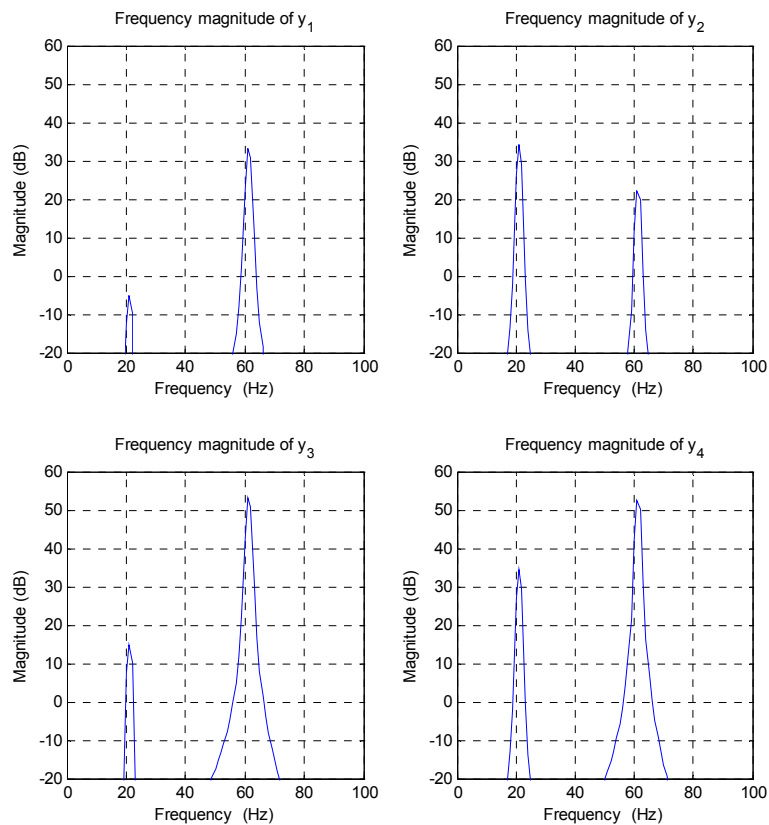


Fig. 3 Fourier transformationer af de fire mulige output signaler. (*OBS bemærk Y akserne er i dB*)

## Opgave 2. (15%)

Et LTI system har en impulsrespons beskrevet ved

$$h[n] = -\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n] + \left(\frac{3}{4}\right)^n u[n]$$

- Er systemet kausalt?
- Find  $H(z)$  og plot poler, nulpunkter og ROC for LTI systemet
- Er systemet stabilt?
- Find tidsdomæne differentialfunktionen for systemet.  
*Altså output-input relationen ( $a y[n] + \dots = b x[n] + \dots$ )*

## Opgave 3. (15%)

Et LTI system har en impulsrespons beskrevet ved

$$h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$

Et input til systemet er en step funktion

$$x[n] = u[n] = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$$

- 3.a. Find outputtet på  $Y(z)$  form?  
 3.b. Find en funktion for outputtet på  $y[n]$  form?

### Opgave 4. (15%)

En analog til digital (AD) konverter med et arbejdsområde fra 0 til 10 volt skal bruges til at optage et biologisk signal, der ligger mellem  $\pm 2$  mV.

- 4.a. Hvor stor forstærkning og hvor stort et offset skal der til for at udnytte ADC'ens fulde arbejdsområde?  
 4.b. Hvor stor bliver opløsningen på det forstærkede signal, hvis der anvendes en 10 bits ADC? (angiv svaret i hele antal mV)  
 4.c. Hvad er den maksimale frekvens der kan måles i det biologiske signal, hvis ADC'en har en konverteringstid på 100  $\mu$ s.

### Opgave 5. (20%)

**Complex functions:**

- 5.a. Given the following function:  $f(z) = \frac{-1}{z^2 - 8iz - 1}$ , evaluate counterclockwise (*mod uret*)  $\oint_C f(z) dz$ ,  $C: |z| = 1$ .

- 5.b. Evaluate the following integral  $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{8 - 2\sin \theta}$

*Hint: Can you use here the results obtained in part 5.a.?*

### Opgave 6. (20%)

**Linear Algebra:**

Given the following matrices:  $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -4 \end{bmatrix}$ ,  $P = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ , and  $P^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

- 6.a. Show that  $A$  and  $B = P^{-1}AP = \begin{bmatrix} 47 & 161 \\ -14 & -48 \end{bmatrix}$  have similar spectra because they are similar matrices.  
 6.b. Find the eigenvectors  $x$  of  $A$ .  
 6.c. Show that  $y = P^{-1}x$  are eigenvectors of  $B$ .