

Opgave 1. (10%)

Input-output relation er for et LTI system angivet ved følgende differensligning

$$y[n] + 2y[n - 1] = x[n] + 2x[n - 1] - 3x[n - 2]$$

1.a. Er systemet kausalt?

Systemets input er $x[n]=u[n]$ det vil sige

$$x[n] = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$$

1.b. Beregn $y[n]$ for $n=\{0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4\}$ givet at $y=0$ for $n<0$

Opgave 2. (15%)

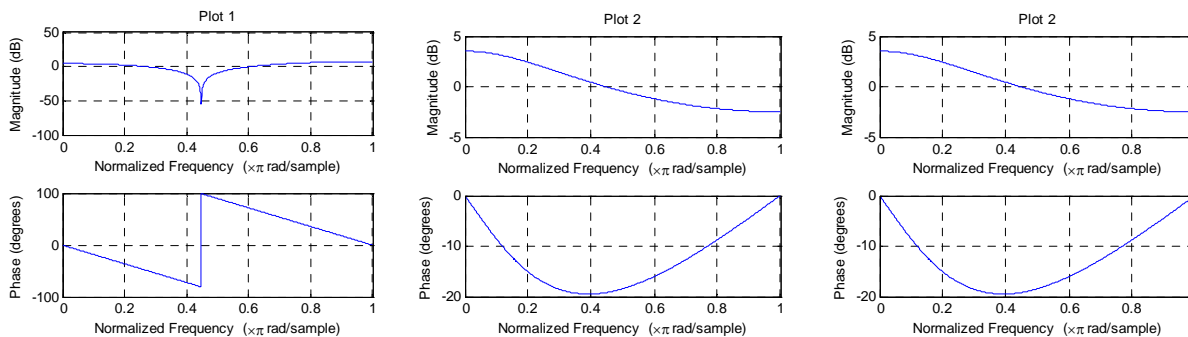
Impulsresponsen for et LTI system er givet ved

$$h[n] = 3 \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$$

2.a. Bergen system funktionen $H(z)$

2.b. Skitser poler og nul punkter

2.c. Hvilket af de 3 plots af Fourier transformationer stammer fra dette system?
(begrund dit svar)



Opgave 3. (25%)

Input output relation er for et LTI system angivet ved følgende differensligning

$$y[n] + \frac{3}{2}y[n-1] - y[n-1] = x[n]$$

- 3.a Bestem overførselsfunktionen $H(z)$
- 3.b Find og skitser poler, nulpunkter og konvergensområdet
- 3.c Er systemet stabilt?
- 3.d Bestem impulsresponsen for systemet

Opgave 4. (10%)

En analog til digital (AD) konverter med et arbejdsområde fra 0 til 10 volt skal bruges til at optage et signal med en opløsning på 1 mV.

- 4.a. Hvor mange bit skal AD konverteren som minimum anvende for at klare dette krav? (vis beregningsmetode)
- 4.b. AD konverteren leverer én konvertering for hver 50 μ s. Hvad er Nyquist frekvensen for denne konverter?
- 4.c. Hvor lang tid skal der måles på et signal med overstående konverter, før man ved hjælp af en DFT kan udtale sig om frekvensindholdet ved både 75 og 100 Hz?

Opgave 5. (20%)**Complex functions:**

Given the following function:

$$f(z) = \frac{1}{(z^2+1)(z^2+9)}$$

- 5.a. Determine the zeros and singularities of $f(z)$ and classify the singularities.
- 5.b. Evaluate counterclockwise (mod uret) $\oint_C f(z)dz$, $C: |z-i|=1$
- 5.c. Evaluate the real integral $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+9)}$

Opgave 6. (20%)**Linear Algebra:**

Given the following Quadratic form:

$$Q = 3x_1^2 - 4x_1x_2$$

(Show all relevant intermediate results – that means **no** calculator-only type of answers)

- 6.a. Find a symmetric matrix \mathbf{A} for which:
 $Q = \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x}$ with $\mathbf{x}^T = [x_1 \ x_2]$
- 6.b. What curve does $Q=100$ represent? Transform it to principal axes.
- 6.c. What is the relation between the two coordinate systems (x_1, x_2) and (y_1, y_2) ?
Express $\mathbf{x}^T = [x_1 \ x_2]$ in terms of the new coordinate vector $\mathbf{y}^T = [y_1 \ y_2]$
- 6.d. Diagonalize \mathbf{A} .