

**Opgave 1. (15%)**

Input-output relation er for et LTI system er

$$y[n] = x[n] + 2x[n + 1] - 3x[n - 1]$$

1.a. Er systemet kausalt?

Systemets input er  $x[n]$  er en impuls respons

$$x[n] = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$$

1.b. Beregn  $y[n]$  for  $n = \{-2 -1 0 1 2\}$

1.c. Er systemet stabilt?

1.d. Bestem  $H(z)$

**Opgave 2. (35%)**

Et kausalt systems overførselsfunktionen er givet ved

$$H(z) = \frac{1 - z^{-1}}{\left(1 - \frac{1}{2}z^{-1}\right)\left(1 - \frac{1}{4}z^{-1}\right)}$$

2.a. Skitser poler, nulpunkter og konvergensområdet

2.b. Er systemet stabilt?

2.c. Find systemets impuls respons  $h[n]$

2.d. Find outputtet  $y[n]$  hvis inputtet  $x[n]$  er en step funktion:

$$x[n] = u[n] = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$$

**Opgave 3. (10%)**

En 10-bits analog til digital (AD) konverter giver ved 2.5 og 3.3 volt input henholdsvis 767 og 849 som output. AD konverteren tager input, der ligger mellem  $V_{R+}$  og  $V_{R-}$  (der begge er heltal).

3.a. Hvad er AD konverterens arbejdsområde? (vis beregningsmetode)

- 3.b. Hvor stor er kvantiseringsfejlene på de to målinger?  
(angivet i mV med 2 betydende cifre)
- 3.c. Hvad er den maksimale kvantiseringsfejl på en n-bits AD konverter?  
(angiv symbolsk svar)

#### Opgave 4. (20%)

##### Complex functions:

Given the following function:

$$f(z) = \frac{\cosh 8z}{z}$$

- 4.a. Expand the function in a Laurent series that converges in a ring and determine the precise region of convergence.
- 4.b. Determine the singularities of  $f(z)$  and classify them.
- 4.c. Determine the residue of  $f(z)$  at  $z=0$ .
- 4.d. Evaluate the real integral  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cosh 8x}{x} dx$

#### Opgave 5. (20%)

##### Linear Algebra:

Given the following matrix:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 11 \end{bmatrix}$$

(Show all relevant intermediate results – that means **no** calculator-only type of answers)

- 5.a. Find the characteristic polynomial of  $A$ .
- 5.b. Find the characteristic equation of  $A$ .
- 5.c. Find the eigenvalues of  $A$ . What is their multiplicity?
- 5.d. Find the corresponding eigenvectors and determine their multiplicity.
- 5.e. Diagonalize  $A$  using an eigenbasis of  $A$ .